



# Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Sexto Selectivo (Día 1) | 18 de mayo del 2024

## Nivel 2

### Instrucciones:

- Asegúrate que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma. Llena todos tus datos correctamente en la Hoja de respuestas.
- Tienes dos horas para resolver este examen.
- El examen consta de dos partes:

**Parte A** Los primeros 12 problemas son únicamente de respuesta cerrada. Escribe la respuesta que consideres correcta en la línea correspondiente en la Hoja de Respuestas. Cada pregunta de la Parte A tiene un valor de un punto por respuesta correcta.

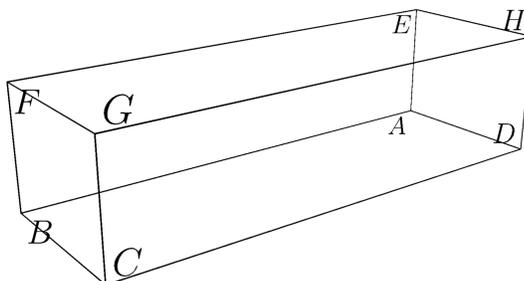
**Parte B** Para los últimos tres problemas del examen, debes escribir de manera clara el procedimiento que seguiste para resolverlos. Cada problema de la parte B puede valer hasta 4 puntos dependiendo de la completitud de la solución escrita.

- Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre la línea (en caso de la Parte A) o en las hojas de solución (en caso de la Parte B). Si tu solución de algún problema de la Parte B incluye más hojas, puedes entregarlas; únicamente asegúrate de que las hojas adjuntas tengan número de hoja y problema al que pertenecen, así como tu nombre. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 24 de mayo en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

### Problemas

#### Parte A

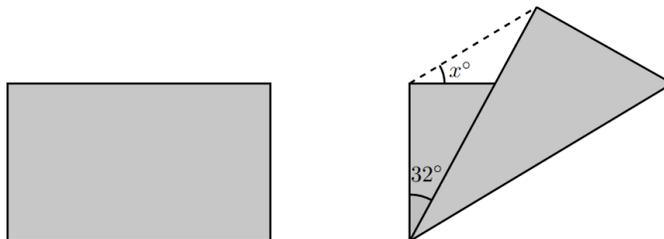
1. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son tres números impares consecutivos en orden creciente, ¿cuánto vale  $a^2 - 2b^2 + c^2$ ?
2. Se lanzan dos dados comunes (diferentes entre sí). ¿De cuántas maneras puede suceder que el producto de los números que se obtenga sea múltiplo de 6?
3. La siguiente figura representa un prisma rectangular tal que  $AB = 12$ ,  $BC = 4$  y  $BF = 3$ . ¿Cuánto mide  $AG$ ?



4. Un número entero positivo es llamado *ilustre* si tiene todos sus dígitos distintos y, además, el dígito de las unidades es igual al cuadrado de la suma de todos los otros dígitos. ¿Cuál es la mayor cantidad de dígitos que puede tener un número ilustre?
5. Considera la secuencia 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,  $\dots$ , donde cada número después del segundo es la suma de los dos números anteriores (a esta secuencia se le conoce como la sucesión de Fibonacci). ¿Cuál es el residuo de dividir el 2024-avo número de la secuencia entre 8?
6. ¿Cuántos números de 4 dígitos son múltiplos de 72 y terminan en 72?
7. ¿Cuántos números de 7 dígitos cumplen que el producto de sus cuatro dígitos de la izquierda es 20 y sus tres dígitos de la derecha es 24?
8. En el semicírculo de diámetro  $AP$  y centro  $O$  se consideran puntos  $B$  y  $C$  en el arco  $AP$  y  $M$  en el diámetro  $AP$  de manera que  $\angle MCO = \angle OCB$  y  $\angle COB = \angle BOA$ . ¿Cuánto mide  $\angle COM$ ?
9. Si  $A = 4^3 + 7^3 + 5^{101}$ . ¿Cuál es el dígito de las centenas de  $A$ ?
10. Un cartero lleva 5 cartas en 5 sobres diferentes. En un tropiezo, todas las cartas salen de sus sobres y, en un intento por enmendar su error, el cartero mete todas las cartas en los sobres de manera aleatoria. ¿De cuántas maneras puede suceder que ninguna carta haya terminado en su sobre original?
11. Considera el conjunto de los números del 1 al 100. ¿Cuántas sumas diferentes se pueden obtener de tomar 90 números diferentes de este conjunto?
12. Los números  $A$  y  $B$  son capicúas y cada uno tiene tres dígitos. Se sabe que  $A - B$  es un número de dos dígitos que es múltiplo de 9 pero no de 10. Encuentra  $A - B$ .

## Parte B

13. El número de tres dígitos  $\overline{abc}$  se puede expresar como el producto de dos números primos. Además, los números  $\overline{ab}$  y  $\overline{bc}$  son cuadrados perfectos. Determina el valor de  $a + b + c$ .
14. En la siguiente figura, se muestra un papel en forma de rectángulo al que se le hizo un doblé a través de una diagonal y quedó como se muestra. Si el ángulo mostrado mide  $32^\circ$ , calcula el valor de  $x$ .



15. En la siguiente cuadrícula, ¿cuántos rectángulos puedes formar con vértices en los vértices de la cuadrícula y aristas en las líneas de la cuadrícula?

